Государственный бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Демонстрационный вариант практической части предпрофессионального экзамена

Инженерные классы

2018-2019 учебный год

Конструкторское направление

Подводный самолет – аппарат с положительной плавучестью, способный погружаться при движении за счет небольших крыльев, создающих направленную вниз силу.

Аппарат имеет сухую массу 500 кг, вытесняемый объем $0{,}55\ \text{м}^3$, крылья общей площадью $0{,}01\ \text{м}^2$ с коэффициентом подъемной силы $C_y = 0{,}5$, а так же коэффициент гидродинамического сопротивления аппарата $C_x = 0{,}15$ и площадь поперечного сечения $0{,}05\ \text{м}^2$. Аппарат снабжен двумя одинаковыми симметрично расположенными двигателями.

Подъемная сила определяется как:

$$Y = C_y S_{\text{крыла}} \frac{(\rho U^2)}{2},$$

а сила сопротивления как

$$X = C_x S_{\text{попер}} \frac{\rho U^2}{2}.$$

Вопросы

1) Определите скорость движения, необходимую для погружения аппарата, а так же потребную силу тяги одного двигателя.

2) Определите потребляемую мощность обоих двигателей, если суммарный КПД (электродвигателя с гребным винтом) равен 65%.

Решение:

1) На аппарат в вертикальном направлении действуют три силы: направленная вверх сила Архимеда и направленные вниз сила тяжести и погружающая сила крыльев. Запишем уравнение баланса сил:

$$\rho g V - Mg - C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2} = 0,$$

отсюда можно найти необходимую скорость движения U:

$$U = \sqrt{2g \frac{\rho V - M}{C_y S_{\text{крыла}} \rho}} = 14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Мощность двигателя можно найти как произведение силы тяги на скорость движения аппарата. Поскольку аппарат должен двигаться с постоянной скоростью, сила тяги одного двигателя равна половине силы сопротивления движению аппарата. Найдем силу по указанной формуле, подставив туда найденное значение скорости:

$$X = 0{,}5 C_x S_{\text{попер}} \frac{\rho U^2}{2} = 0{,}5 \frac{C_x S_{\text{попер}}}{C_y S_{\text{крыла}}} g(\rho V - M).$$

Проделаем численный расчет:

$$X = 0{,}5 \cdot \frac{0{,}15 \cdot 0{,}05\ \text{м}^2}{0{,}5 \cdot 0{,}01\ \text{м}^2} 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \left(1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}55\ \text{м}^3 - 500\ \text{кг}\right) = 375\ \text{Н}.$$

2) Эффективная мощность двигателя равна произведению потребляемой мощности двух двигателей на КПД. Следовательно

$$N_{\text{потр}} = \frac{2XU}{\eta} = \frac{2 \cdot 375\ \text{Н} \cdot 14\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{0{,}65} \approx 16\ \text{кВт}.$$

Исследовательское направление

Одним из наиболее экономически выгодных способов генерации электроэнергии является применение гидроэнергетики или гидроэлектростанций. Принципиальная схема гидроэлектростанции представлена на рисунке 1. состоит из следующих элементов (рис. 1): 1 – водохранилище, 2 – напорный туннель, 3 – уравнительный резервуар, 4 – трубопровод, 5 – запорное устройство, 6 – турбина.

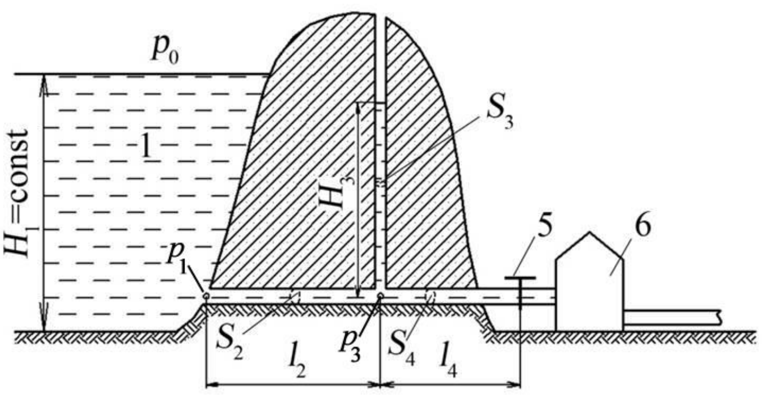

Рисунок 1. Принципиальная схема гидроэлектростанции

1 – водохранилище, 2 – напорный туннель, 3 – уравнительный резервуар, 4 – трубопровод, 5 – запорное устройство, 6 – турбина.

Падение давления Δp по длине трубы определяется следующим соотношением

$$\Delta p = Q_{\text{ж}} \cdot R_{\text{г}}$$

где $Q_{\text{ж}}$ – объёмный расход жидкости [м^3/с], $R_{\text{г}}$ – гидравлическое сопротивление трубы [Па·с/м^3].

Для трубы круглого сечения из закона Пуазейля гидравлическое сопротивление равно

$$R_{\text{г}} = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

где η – динамическая вязкость [Па·с], l – длина трубы, r – радиус трубы.

Напором или пьезометрическим напором в гидравлике называют величину равную

$$H = z + \frac{p}{\rho g}$$

где z - геометрическая (нивелирная) высота, p – давление жидкости, ρ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения.

Вопросы:

1) Определить зависимость высоты столба жидкости в уравнительном резервуаре H3 от изменения объёмного расхода жидкости на входе в турбину. Считать уровень воды в водохранилище неизменным, гидравлическим сопротивлением запорного устройства пренебречь.

2) Определить гидравлический напор на входе в турбину если R2=100 Па·с/м3, R4=0.5·R2, ρ воды=1000 кг/м3, глубина водохранилища (до входа в напорную магистраль) 200 м, расход 250 м3/с.

Решение:

1) При закрытом запорном устройстве высота уровня жидкости в уравнительном резервуаре равна высоте уровня жидкости в водохранилище.

Давление p1 на входе в напорный туннель определяется соотношением

$$p_1 = \rho g H_1,$$

и так как H1=const, остаётся неизменным.

Падение давления в напорной трубе можно определить из соотношения

$$p_1 - p_3 = R_2 Q_2,$$

тогда

$$p_3 = p_1 - R_2 Q_2.$$

Высота столба жидкости в уравнительном резервуаре

$$H_3 = \frac{p_3}{\rho g} \ ,$$

При постоянном расходе жидкости $Q_2 = Q_4$

Тогда в зависимости от объёмного расхода жидкости на входе в турбину

$$H_3 = H_1 - \frac{R_2 Q_4}{\rho g} \ .$$

При увеличении объёмного расхода уровень будет понижаться.

2) Предположим, что на входе в турбину давление p_6, тогда

$$p_1 - p_6 = Q_2(R_2 + R_4) \ ,$$

$$p_6 = p_1 - Q_2(R_2 + R_4).$$

Так как труба горизонтальна, то

$$H_6 = H_1 - \frac{Q_4(R_2 + R_4)}{\rho g} = 200 - \frac{250 \cdot 1.5 \cdot 100}{1000 \cdot 10} = 196 \text{ м}$$

Технологическое направление

При литье может возникать ситуация, при которой в литьевой форме окажется вода. При соприкосновении с жидким металлом, масса которого намного больше массы воды, последняя исключительно быстро разогревается и испаряется, разбрасывая жидкий металл в стороны.

Вопросы:

1) Определите опасное количество воды в глубокой литьевой форме, в которую быстро выливают 15 литров расплавленного алюминия. Опасным считается количество воды, способное запасти в газообразной форме достаточно энергии для выброса половины алюминия со скоростью 5 м/с.

2) Определите, насколько необходимо перегреть алюминий для компенсации данных потерь тепла.

Решение:

1) Найдем массу выбрасываемого алюминия

Зная заданный объём и плотность алюминия, находим массу:

$$\rho_{\text{А}} = 2{,}7\ \frac{\text{кг}}{\text{л}}$$

$$V_{\text{А}} = 15\ \text{л}$$

$$M = V_{\text{А}} \cdot \rho_{\text{А}} = 2{,}7 \cdot 15 = 40{,}5\text{кг}$$

Поскольку по условию выбрасывается половина алюминия, то интересующая нас масса равна:

$$M_{\text{А}} = \frac{M}{2} = \frac{40.5}{2} = 20{,}25\ \text{кг}$$

Определяем кинетическую энергию выбрасываемого алюминия:

$$E_A = \frac{M_{\text{А}} \cdot v_A^2}{2} = \frac{20{,}25 \cdot 5^2}{2} = 253\ \text{Дж}$$

Энергию алюминию для движения передаёт горячий водяной пар.

Энергия пара – это та энергия, которая была сообщена воде для её нагрева до температуры кипения, энергия необходимая для испарения воды, а также –энергия нагрева водяных паров до температуры плавления алюминия. В общем виде энергию паров можно записать следующим образом:

$$E_{\text{П}} = Q_{\text{нагр.воды}} + Q_{\text{испарения}} + Q_{\text{нагр. паров.}}$$

Энергия, которая была сообщена воде для её нагрева до температуры кипения:

$$Q_{\text{нагр.воды}} = c_B \cdot M_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}),$$

где: c_B – теплоёмкость воды;

M_B – масса воды;

$T_{\text{кип.}}$ – температура кипения воды;

$T_{\text{комн.}}$ – комнатная температура (начальная температура воды);

Энергия для испарения воды

$$Q_{\text{испарения}} = M_B \cdot r_B,$$

где r_B – теплота испарения воды.

Энергия нагрева водяных паров до температуры плавления алюминия

$$Q_{\text{нагр. паров}} = c_{\text{п}} \cdot M_B \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}}),$$

где: $c_{\text{п}}$ – теплоёмкость водяного пара

$T_{\text{А}}$ – температура расплавленного алюминия

$T_{\text{кип.}}$ – температура кипения воды

$$E_{\Pi} = c_B \cdot M_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + M_B \cdot r_B + c_{\text{п}} \cdot M_B \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})$$

Из вышесказанного очевидно, что:

$$E_A = E_{\Pi}$$

$$E_A = c_B \cdot M_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + M_B \cdot r_B + c_{\text{п}} \cdot M_B \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})$$

$$E_A = M_B \cdot [c_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + r_B + c_{\text{п}} \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})]$$

Из последней формулы выразим массу воды:

$$M_B = \frac{E_A}{c_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + r_B + c_{\text{п}} \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})}$$

$$M_B = \frac{253}{4200 \cdot (100 - 20) + 2260 \cdot 10^3 + 2.04 \cdot (660 - 100)}$$

$$M_B = 9.74 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$M_B \approx 0.1 \text{ г}$$

Тепловую энергию вода берёт из алюминия

2) Определим, на сколько должен быть перегрет алюминий, чтобы скомпенсировать тепло, отданное воде, без учёта повышения температуры алюминия выше температуры плавления:

Тепловые потери мы посчитали чуть ранее. Они равны E_{Π}

Энергия, которую отдаёт алюминий, можно оценить по формуле:

$$E'_A = c_{\text{а}} \cdot M_{\text{А}} \cdot \Delta T,$$

где: $c_{\text{а}}$ – теплоёмкость жидкого алюминия,

ΔT– перегрев алюминия свыше температуры плавления

$M_{\text{А}}$ – масса алюминия

$$E'_A = E_{\Pi}$$

$$c_{\text{а}} \cdot M_{\text{А}} \cdot \Delta T = c_B \cdot M_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + M_B \cdot r_B + c_{\text{п}} \cdot M_B \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})$$

Отсюда перегрев алюминия:

$$\Delta T = \frac{c_B \cdot M_B \cdot (T_{\text{кип.}} - T_{\text{комн.}}) + M_B \cdot r_B + c_{\text{п}} \cdot M_B \cdot (T_{\text{А}} - T_{\text{кип.}})}{c_{\text{а}} \cdot M_{\text{А}}}$$

Однако, раньше было замечено, что числитель равен E_A

Поэтому перегрев можно записать как:

$$\Delta T = \frac{E_A}{c_{\text{а}} \cdot M_{\text{А}}}$$

$$\Delta T = \frac{253}{1.09 \cdot 10^3 \cdot 20.25} = 0.01 \text{ градуса}$$

Основные критерии оценивания решения задач по направлениям: конструкторское, исследовательское, технологическое

1. **Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей.** Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.

2. **Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы.** В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний.

3. **Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.** Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному виду. Оценивается умение комбинировать и преобразовывать выражения, с целью получения нужных данных.

4. **Проведение расчетов, получение и представление результата.** Оценивание каждого вопроса задачи производится отдельно с весовым коэффициентом, равным (1/[количество вопросов]), а также добавляется бонусный балл за качество оформления или представления ответа.

Критерии оценивания решения задач

	Конструкторская	**Технологическая**	**Исследовательская**
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей			
Основные баллы	9	8	10
Графическое описание	+3	+3	+2
Структурирование	+2	+2	+2
Максимальное число баллов за этап	**14**	**13**	**14**
2. Формализация физических процессов			
Основные баллы	8	9	10
Максимальное число баллов за этап	**8**	**9**	**10**
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели			
Основные баллы	8	8	10
Преобразование системы уравнений	+2	+2	+3
Максимальное число баллов за этап	**10**	**10**	**13**

4. Проведение расчетов, получение и представление результата			
Расчеты и результат	9	8	5
Представление результата	+3	+4	+2
Максимальное число баллов за этап	**12**	**12**	**7**
5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи			
Максимальное число баллов за этап	**6**	**6**	**6**
Общее количество баллов			
Максимальная сумма баллов за задачу	**50**	**50**	**50**

Защита подразумевает развернутое сопровождение логики и хода решения задачи. Максимальная оценка составляет **10 баллов** в зависимости от полноты и качества пояснений, а также ответов на вопросы комиссии.

Таким образом, полная максимальная сумма за комплекс «Решение + защита» составляет **60 баллов**.

Направление программирование

Тело движется вдоль оси *Ox* под воздействием силы F(x), сонаправленной с осью *Ox*. В общем виде F(x) определена как $F=a(x+1)^{1/2}+b(x+2)+cx^2+d*\ln(x+1)$, где a,b,c,d – коэффициенты, которые могут меняться на разных отрезках.

Зная количество отрезков, коэффициенты уравнения кривых и границы отрезков, на которых эти кривые применяются, найдите совершенную над телом работу силы f(x) с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$.

Формат ввода

В первой строке вводится натуральное число N – число отрезков. N не превышает 5.

Далее следует N строк, в каждой из которых через пробел записаны шесть вещественных положительных чисел x_i, x_{i+1}, a,b,c,d – соответственно, границы отрезка, и коэффициенты при кривой на этом отрезке.

Гарантируется, что разрывов нет и каждый следующий отрезок начинается там, где закончился предыдущий.

Гарантируется, что каждое уравнение имеет математический смысл.

Никакие числа не превышают 1000.

Точность ε считать достигнутой, когда при вычислении интегральной суммы уменьшение отрезка x вдвое приводит к изменению суммы меньше, чем на ε

На выходе программа должна выдать вещественное число – совершенную над телом работу силы f(x). Все величины задаются в системе СИ, ответ привести в джоулях.

Предлагаемое решение задачи

```
program z30;
//Задача о работе силы. Интегрирование методом прямоугольников
const
 eps = 0.00001;

function f(x,a,b,c,d:real):real;
begin
 f:=a*sqrt(x+1)+b*(x+2)+c*sqr(x)+d*ln(x+1);
end;

function work(x0,x1,a,b,c,d:real):real;
var vt,pv,x,h:real;
begin
 vt:=sqr(f((x1+x0)/2,a,b,c,d))*(x1-x0);
 h:=(x1-x0)/2;
 repeat
  pv:=vt;
  x:=x0;
  vt:=0;
  while x<x1 do
   begin
    vt:=vt+(f(x,a,b,c,d))*h;
    x:=x+h;
```

```
   end;
   h:=h/2;
 until abs(vt-pv)<eps;
 work:=vt;
end;

var w,x0,x1,a,b,c,d:real;
    i,n:integer;
begin
 w:=0;
 readln(n);
 for i:=1 to n do
  begin
   read(x0);
   read(x1);
   read(a);
   read(b);
   read(c);
   readln(d);
   w:=w+work(x0,x1,a,b,c,d);
  end;
 writeln(w);
end.
```

Критерии оценки задачи

Задача этой группы представляет собой реализацию численного интегрирования для решения математической задачи. Задачу можно считать решенной правильно, если учащийся представил текст программы, в котором выполняется правильное интегрирование функций.

Подпункт	Максимальное число баллов
Анализ физико-математической задачи	
Основные баллы	15
Максимальное число баллов	**15**
Подготовка алгоритма	
Описание критериев правильного решения	5
Аналитическое решение задачи для одного интервала без учета логарифмов*	5
Аналитическое решение задачи для нескольких интервалов без учета логарифмов *	10
Решение задачи методом прямоугольников*	15
Решение задачи методом трапеций или Симпсона*	20
Логическая ошибка, приводящая к неточностям в решении задачи	-3 за каждый тип
Максимальное число баллов	**25**
Реализация программы	
Синтаксические ошибки	-2 за каждую
Максимальное число баллов за этап	**10**
Σ Сумма баллов	**50**

Защита подразумевает развернутое сопровождение логики и хода решения задачи. Максимальная оценка составляет **10 баллов** в зависимости от полноты и качества пояснений, а также ответов на вопросы комиссии.

Таким образом, полная максимальная сумма за комплекс «Решение + защита» составляет **60 баллов**.